

# Un modelo simple de ligas

Rómulo A. Chumacero

## Estructura (maximización beneficios)

- Liga de  $n = 2$  equipos,  $i = A, B$ .
- Ingresos totales:

$$\begin{aligned} R_i &= m_i [(1 - \beta) w_i + \beta w_i w_j] \\ &= m_i [(1 - \beta) w_i + \beta w_i (1 - w_i)] \\ &= m_i w_i - \beta m_i w_i^2 \end{aligned}$$

- Paradoja de los Yankees:  $0 < \beta < 1$ 
  - \* Fans prefieren juegos competitivos (genera concavidad)
- Tamaño de mercado (asimetría):  $m_i \neq m_j$
- Probabilidad de ganar ( $w$ ) depende del talento  $t$ :

$$w_i = \frac{t_i}{t_i + t_j}.$$

- Beneficios (costo marginal constante):

$$\pi_i = R_i - ct_i.$$

## Estructura

$$w_i = \frac{t_i}{t_i + t_j}$$

$$\frac{\partial w_i}{\partial t_i} = \frac{t_i + t_j - t_i \left(1 + \left(\frac{\partial t_j}{\partial t_i}\right)\right)}{(t_i + t_j)^2}$$

- Mercado abierto de talento:

$$\frac{\partial t_j}{\partial t_i} = 0, \quad \frac{\partial w_i}{\partial t_i} = \frac{t_j}{(t_i + t_j)^2}$$

- Mercado cerrado de talento:

$$\frac{\partial t_j}{\partial t_i} = -1, \quad \frac{\partial w_i}{\partial t_i} = \frac{1}{t_i + t_j}$$

- Ingreso marginal:

$$\frac{\partial R_i}{\partial t_i} = \frac{\partial R_i}{\partial w_i} \frac{\partial w_i}{\partial t_i} = m_i (1 - 2\beta w_i) \frac{t_j}{(t_i + t_j)^2} \text{ (abierto)}$$

$$\frac{\partial R_i}{\partial t_i} = \frac{\partial R_i}{\partial w_i} \frac{\partial w_i}{\partial t_i} = m_i (1 - 2\beta w_i) \frac{1}{t_i + t_j} \text{ (cerrado)}$$

## Resultados

- Maximización de beneficios implica  $MR=MC$ :

– Mercado abierto (asumiendo  $\beta = 0.5$ ):

$$\begin{aligned} m_A (1 - w_A) \frac{t_B}{(t_A + t_B)^2} &= c = m_B (1 - w_B) \frac{t_A}{(t_A + t_B)^2} \\ \Rightarrow m_A w_B^2 &= m_B w_A^2 \Rightarrow \frac{w_A}{w_B} = \frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{m_A}{m_B}} \\ \Rightarrow w_A &= \frac{\sqrt{m_A}}{\sqrt{m_A} + \sqrt{m_B}} \end{aligned}$$

– Mercado cerrado (asumiendo  $\beta = 0.5$ ):

$$\begin{aligned} m_A (1 - w_A) \frac{1}{t_A + t_B} &= c = m_B (1 - w_B) \frac{1}{t_A + t_B} \\ \Rightarrow m_A w_B &= m_B w_A \Rightarrow \frac{w_A}{w_B} = \frac{t_A}{t_B} = \frac{m_A}{m_B} \\ \Rightarrow w_A &= \frac{m_A}{m_A + m_B}. \end{aligned}$$

## Estructura (maximización victorias)

- Beneficios (costo marginal igual a costo medio constante):

$$\max \pi_i = R_i - ct_i, \text{ sujeto a } \pi_i \geq 0$$

- Óptimo:  $AR = AC = c$

$$R_i = ct_i, \frac{R_i}{w_i} = c(t_i + t_j)$$

$$AR_i(t_i + t_j) = c(t_i + t_j) = \frac{R_i}{w_i}$$

$$\Rightarrow \frac{R_i}{w_i} = \frac{R_j}{w_j}$$

- Asumiendo  $\beta = 0.5$  :

$$m_A - 0.5m_Aw_A = m_B - 0.5m_Bw_B$$

$$m_A - 0.5m_Aw_A = m_B - 0.5m_B(1 - w_B)$$

- Independientemente del mercado de talentos:

$$w_A = \frac{2m_A - m_B}{m_A + m_B}, w_B = \frac{2m_B - m_A}{m_A + m_B}$$

$$\frac{w_A}{w_B} = \frac{2m_A - m_B}{2m_B - m_A}$$

## Resultados

- Lo obvio: Mayor mercado implica mayor talento y probabilidad de ganar
- Mayor talento con maximización de victorias que con maximización de beneficios
- Modelo cerrado. Maximización de victorias respecto a beneficios:
  - Salario por unidad de talento ( $c$ ) tiende a ser mayor
  - BC tiende a ser peor
- Modelo abierto. Maximización de victorias respecto a beneficios:
  - Salario por unidad de talento ( $c$ ) es constante, igual y exógeno
  - BC tiende a ser peor
- Corolario: Competencias internacionales disminuyen balance competitivo en ligas domésticas

## Ingresos compartidos

- ¿Cómo afecta el BC que el equipo fuerte comparta parte de su ingreso con el chico?
  - Parecería obvio que habría más BC y mejores competencias, pero no es necesariamente así
- Definimos  $a$  como el parámetro de ingresos compartidos:

$$R_i = aR_i + \left[ \frac{1-a}{2} (R_i + R_j) \right]$$

- $a = 0$  igualdad total en ingresos
  - $a = 1$  no se comparten ingresos
- Si equipos maximizan beneficios y  $a = 0$ , ambos equipos se comportan de manera idéntica y resuelven el problema de maximización conjunta de beneficios

## Resultados

- Modelo cerrado
  - Maximización de beneficios:
    - \* Asignaciones de talento no cambian respecto al caso en que no se comparten ingreso
    - \* BC no cambia (proposición de invarianza)
    - \* Costo por unidad de talento cae con la caída de  $a$
    - \* Cuánto más se compartan ingresos, menor será la paga al talento (monopsonio)
  - Maximización de victorias:
    - \* BC mejora
- Modelo abierto
  - Maximización de beneficios:
    - \* BC tiende a empeorar



## Restricciones a paga de jugadores

- Impuesto al lujo: Impuesto a salarios superiores a un umbral
- Tope a planilla salarial: Límite de planilla respecto a ingresos del equipo promedio
- ¿Cuáles son los efectos en BC, talento y salarios?

## Impuesto al lujo

- Si el umbral alcanza sólo al grande:
  - Modelo cerrado:
    - \* BC mejora, salario cae
  - Modelo Abierto:
    - \* BC mejora
- Si el umbral afecta a todos:
  - Modelo cerrado:
    - \* BC no cambia, salario cae
  - Modelo Abierto:
    - \* BC no cambia

## Tope a la planilla salarial

- Si el umbral alcanza sólo al grande:
  - Modelo cerrado:
    - \* BC mejora, salario cae
  - Modelo Abierto:
    - \* BC mejora
- Si el umbral afecta a todos:
  - Modelo cerrado:
    - \* BC perfecto
  - Modelo Abierto:
    - \* BC perfecto
- Puede ser estrategia colusiva de control de costos (préstamo de jugadores a otros equipos)