

Teoría de juegos

RÓMULO A. CHUMACERO





Motivación

- ❑ Teoría de juegos es una herramienta analítica para modelar la toma de decisiones estratégicas interdependientes
- ❑ El deporte presenta un área obvia para evaluar implicancias de teoría porque la estructura es simple y definida
- ❑ La teoría ayuda a entender cómo los equipos y jugadores toman decisiones tácticas, considerando las posibles acciones de sus oponentes

Tipologías de juegos

- ❑ Simultáneos / secuenciales
- ❑ De una vez / repetidos / dinámicos
- ❑ Cooperativos / no cooperativos
- ❑ Suma cero / no suma cero
- ❑ Estrategias puras o mixtas

Componentes

- ❑ Jugadores
- ❑ Estrategias
- ❑ Pagos (payoff)
- ❑ Equilibrio de Nash
- ❑ Representación (forma normal, extensa, característica)

Penales

- ❑ Estructura que se presta al uso de teoría de juegos

- ❑ Ingredientes:

 - ❑ 2 jugadores: arquero y ejecutor

 - ❑ Juego de suma cero

- ❑ Simplificando:

 - ❑ Ejecutor: L, C, R

 - ❑ Arquero: L, C, R

Forma normal

	L	C	R
L	PII,1-PII	Plc,1-Plc	Plr,1-Plr
C	..	..	..
R	..	..	..

Estructura de pagos

- $\Pr(A,B)$ es la probabilidad de convertir penal si Ejecutor elige A y arquero elige B
- Patadas ejecutadas con el pie natural son más efectivas. Es más probable que diestro anote si elige L
- $(\Pr(L,-) > \Pr(R,-))$
- $\Pr(C,C)=0$ (el penal es atajado)
- $0 < \Pr(L,L) < \Pr(L,R)$
- $\Pr(C,L) < \Pr(R,L)$

Equilibrio

- ❑ No hay equilibrio de estrategias puras
 - ❑ Si diestro siempre escoge L, arquero siempre escoge L. Será rentable para ejecutor cambiar a R
- ❑ Equilibrio de estrategias mixtas si existe
 - ❑ Ambos eligen aleatoriamente
 - ❑ Probabilidades fijas que dependen de todas las posibles permutaciones de estrategia
- ❑ Propiedad de indiferencia
 - ❑ Probabilidad de convertir es la misma independientemente de la estrategia
 - ❑ De lo contrario no es equilibrio estable

Implicancias testeables

1. Pateador diestro selecciona L con más frecuencia que R
2. Arquero selecciona L con más frecuencia que R
3. Arquero escoge L con más frecuencia que pateador
4. Pateador elige C con más frecuencia que el arquero

Análisis

1. **Pateador diestro selecciona L con más frecuencia que R.** Si pateador diestro selecciona L con igual probabilidad que R, arquero no sería indiferente entre L y R, porque la probabilidad de atajar el penal es mayor si elige R
2. **Arquero selecciona L con más frecuencia que R.** Si arquero selecciona L con igual probabilidad que R, pateador no sería indiferente entre L y R, porque la probabilidad de convertir el penal es mayor si elige L
3. **Arquero escoge L con más frecuencia que pateador.** Se deriva de lo anterior
4. **Pateador elige C con más frecuencia que el arquero.** (C,C) es muy costoso para ejecutor. Para que ejecutor esté indiferente entre L, C y R, arquero debe elegir C muy ocasionalmente

Table 5.1 *Observed proportions of penalty kicks, goalkeeper dives and goals*

	Kicker			
Goalkeeper ↓	Left	Centre	Right	Total
<i>Percentages of all penalty kicks classified by kicker and goalkeeper strategies</i>				
Left	25.5	10.5	20.7	56.6
Centre	0.9	0.7	0.9	2.4
Right	18.5	6.1	16.3	41.0
Total	44.9	17.2	37.9	100.0
<i>Percentages of successful kicks for each pairing of kicker and goalkeeper strategies</i>				
Left	63.2	81.2	89.5	76.2
Centre	100.0	0.0	100.0	72.7
Right	94.1	89.3	44.0	73.4
Total	76.7	81.0	70.1	74.9

Source: Adapted from Chiappori, Levitt and Groseclose (2002)

Elecciones estratégicas

- ❑ Modelos dinámicos donde equipos pueden cambiar estrategias continuamente
- ❑ Modelos resueltos de atrás a adelante, condicional al estado del partido como sub-juegos no cooperativos
- ❑ Elección de formación y estilo
 - ❑ 1: Defensivo, no violento
 - ❑ 2: Defensivo, violento
 - ❑ 3: Ofensivo, no violento
 - ❑ 4: Ofensivo, violento

Elecciones estratégicas

□ Pagos dependen del puntaje ganado y del costo resultante de expulsión (suspensión y desventaja)

□ $U(0)=0$, $U(1)=1$, $U(3)=1+2b$, $0 < b < 1$ (aversión al riesgo)

□ Costo w por expulsión

$$h_m(s, d_h, d_a) = \begin{cases} 1 + 2b - wd_h & s > 0 \\ 1 - wd_h & s = 0 \\ -wd_h & s < 0 \end{cases}$$

□ Probabilidad de anotar o recibir y de tener expulsión, contingente en decisión

Table 5.3 *Determination of the two teams' optimal strategies for the 90th minute, home team leading by one goal after 89 minutes*

Expected pay-offs after 90 minutes at the start of the 90th minute								
	Home team = $h_{89}^{ij}(1,0,0)$				Away team = $a_{89}^{ij}(1,0,0)$			
	j = 1	j = 2	j = 3	j = 4	j = 1	j = 2	j = 3	j = 4
i = 1	1.9675	1.9575	1.9575	1.9475	0.0275	0.0350	0.0375	0.0450
2	1.9750	1.9650	1.9650	1.9550	0.0175	0.0250	0.0275	0.0350
3	1.9475	1.9375	1.9375	1.9275	0.0475	0.0550	0.0575	0.0650
4	1.9550	1.9450	1.9450	1.9350	0.0375	0.0450	0.0475	0.0550

Note: Payoffs for dominant strategies are highlighted in **bold**

Table 5.4 *Determination of the two teams' optimal strategies for the 90th minute, scores level after 89 minutes*

	Expected payoffs after 90 minutes at the start of the 90th minute							
	Home team = $h_{89}^{ij}(0,0,0)$				Away team = $a_{89}^{ij}(0,0,0)$			
	j = 1	j = 2	j = 3	j = 4	j = 1	j = 2	j = 3	j = 4
i = 1	1.0075	0.9875	1.0175	0.9975	0.9825	1.0000	0.9725	0.9900
2	1.0250	1.0050	1.0350	1.0150	0.9625	0.9800	0.9525	0.9700
3	0.9975	0.9775	1.0075	0.9875	0.9925	1.0100	0.9825	1.0000
4	1.0150	0.9950	1.0250	1.0050	0.9725	0.9900	0.9625	0.9800

Note: Payoffs for dominant strategies are highlighted in **bold**

Table 5.6 *Determination of the two teams' optimal strategies for the first minute*

	Expected payoffs after one minute at the start of the match							
	Home team = $h_0^{ij}(0,0,0)$				Away team = $a_0^{ij}(0,0,0)$			
	j = 1	j = 2	j = 3	j = 4	j = 1	j = 2	j = 3	j = 4
i = 1	0.8975	0.8953	0.8995	0.8973	0.4975	0.4972	0.4955	0.4952
2	0.8972	0.8950	0.8992	0.8970	0.4953	0.4950	0.4933	0.4930
3	0.8955	0.8933	0.8975	0.8953	0.4995	0.4992	0.4975	0.4972
4	0.8952	0.8930	0.8972	0.8950	0.4973	0.4970	0.4953	0.4950

Note: Payoffs for dominant strategies are highlighted in **bold**

Algunas implicancias

- ❑ Solución cooperativa (no violenta) es más probable al inicio del juego
- ❑ Solución no-cooperativa (violenta) es más probable al final de juego
- ❑ Transición es menos probable cuanto mayor sea w
- ❑ Equipos que van perdiendo tienden a atacar y ser más violentos mientras haya chance realista de remontada
- ❑ Equipos más fuertes y locales juegan más violentamente cuando están perdiendo
- ❑ Menor aversión al riesgo, más ataque y violencia

Teoría de juegos

RÓMULO A. CHUMACERO

